

برنام آن که جان را فکرت آموخت

ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه

تالیف

مهندس محسن خالقی



سرشناسه	: خالقی، محسن، ۱۳۵۹-
عنوان و نام پدیدآور	: ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه/تالیف محسن خالقی.
مشخصات نشر	: تهران: دانش بنیاد، ۱۳۹۵.
مشخصات ظاهری	: ۷۰۶ ص. : مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۳۸۰۰۰۰ ریال : ۱-۳-۹۶۷۶۶-۶۰۰-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
موضوع	: ریاضیات مهندسی -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: Engineering mathematics -- Study and teaching (Higher)
موضوع	: ریاضیات مهندسی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	: Engineering mathematics -- Problems, exercises, etc. (Higher)
موضوع	: ریاضیات مهندسی -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: Engineering mathematics -- Examinations, questions, etc. (Higher)
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۵ خ/۲۷۹/۵/۳۳۲ TA
رده‌بندی دیویی	: ۶۲۰/۰۰۱۵۱۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۴۲۱۵۷۹

ریاضیات مهندسی پیشرفته در یک نگاه



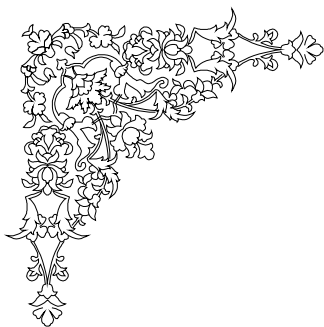
تالیف	: محسن خالقی
مدیر تولید	: رضا کرمی‌شاهنده
صفحه‌آرایی	: واحد تولید انتشارات فدک ایساتیس (طاهره حقایق)
نوبت چاپ	: اول - ۱۳۹۵
تیراژ	: ۵۰۰
قیمت	: ۳۸۰۰۰۰ ریال
شابک	: ۱-۳-۹۶۷۶۶-۶۰۰-۹۷۸

دفتر انتشارات : تهران - خیابان انقلاب - خیابان اردیبهشت - بین‌لیافی نژاد و جمهوری - ساختمان ۱۰
 تلفن: ۶۶۴۸۱۰۹۶ - ۶۶۴۸۲۲۲۱
 فروشگاه یزد: میدان آزادی (باغ ملی) - ابتدای خیابان فرخی - جنب مجتمع ستاره
 تلفن: ۳۶۲۲۷۴۷۵ - ۳۶۲۲۶۷۷۱ - ۳۶۲۲۶۷۷۲ - ۳۵-۰۳۵

ایمیل و وب‌سایت: www.fadakbook.ir - fadakbook@yahoo.com

کلیه حقوق و حق چاپ متن و عنوان کتاب که به ثبت رسیده است؛ مطابق با قانون حقوق مولفان و مصنفان مصوب ۱۳۴۸ محفوظ و متعلق به انتشارات دانش بنیاد می‌باشد. هرگونه برداشت، تکثیر، کپی‌برداری به هر شکل (چاپ، فتوکپی، انتشار الکترونیکی) بدون اجازه کتبی از انتشارات دانش بنیاد ممنوع بوده و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

معاونت حقوقی
انتشارات دانش بنیاد



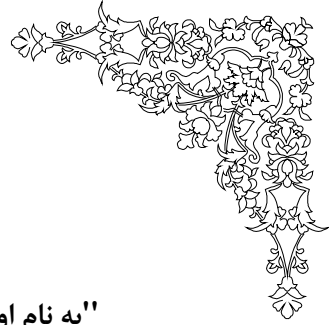
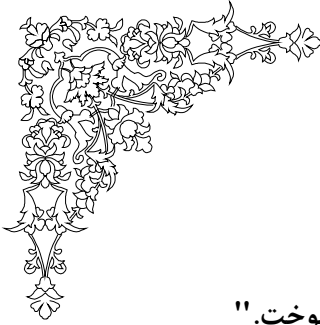
تقدیم به:

پدر، که با بزرگواری خود، شوق تحصیل آموخت؛
و مادر، که با مهربانی و تحمل زحمت آموختن، توانستن
رادر قاموس زندگی ام معنا بخشید.



محسن خالقی





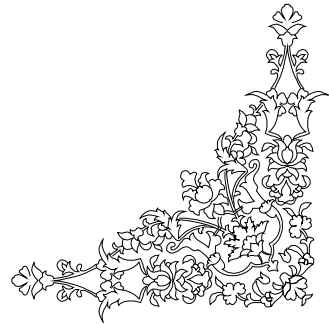
"به نام او که انسان را نگاشتن به قلم آموخت."

«العلم مصباح العقل» «دانش چراغ خرد است»

حضرت علی (ع)

با سپاس

- از خداوند بزرگ برای همه ایده‌ها و موهبت‌هایش
- از پدر و مادر عزیزم برای همه لطف‌ها و صبوری‌هایشان
- از جناب آقای مجید زرویی مدیریت محترم انتشارات فدک ایساتیس بخاطر توجه و مساعدت در چاپ و نشر کتاب
- از جناب آقای مهندس رضا کرمی شاهده برای همکاری صمیمانه و رهنمودهای فنی و ارزشمندشان
- از جناب آقای محمد کرمی شاهده برای طراحی جلد کتاب
- از سرکار خانم‌ها فاطمه نوروزی، راحله کرمی شاهده و طاهره حقایق بخاطر تایپ و صفحه‌آرایی کتاب



مقدمه

حمد و سپاس یکتای بی همتا را که همواره بنده را رهین منت خود قرار داده و توانایی تألیف و گردآوری مجموعه حاضر را به اینجانب عطا نموده است. مجموعه حاضر ماحصل پژوهش‌ها و تلاش‌های مولف درخصوص مباحث ویژه ریاضیات کاربردی در زمینه مهندسی از سال ۱۳۷۷ تاکنون می‌باشد. هدف از این نگارش آن است که خواننده با صرف کمترین زمان از عهده تحلیل مسائل پیچیده و سخت بر آمده و در زمینه حل مسائل ریاضیات مهندسی تبحر یابد. نگارنده سالیان زیادی به دنبال یافتن دلایل و عوامل ضعف جامعه مهندسی در تحلیل مسائل کاربردی و استفاده از ابزار ریاضیات بوده است و همچنین دنبال آسیب‌شناسی این موضوع بوده است که چرا اکثر فارغ‌التحصیلان رشته‌های مهندسی از نعمت آشنایی با مفاهیم زیبا و عمیق ریاضیات و درک فلسفه وجودی آنها بی‌بهره می‌مانند. برای حل این مشکل در کشورهای پیشرفته دنیا مانند ایالات متحده آمریکا و کانادا و استرالیا و فرانسه و آلمان و بریتانیا سعی بر آن است که در تدریس مباحث ریاضیات مهندسی از روش حل مسئله برای تفهیم مفاهیم پایه و مفاهیم انتزاعی استفاده شود تا دانشجویان نحوه بکارگیری مفاهیم محض در بستر تحلیل کاربردی را بیاموزند. نگارنده سال‌های متمادی با مراجعه به کتابخانه‌های مرکزی دانشگاه‌های سراسری (دانشگاه صنعتی شریف، دانشگاه علوم پایه و مرکز تحصیلات تکمیلی زنجان، دانشگاه سراسری زنجان) و با خواندن بیش از ده‌ها جلد کتاب معتبر منتشر شده درخصوص ریاضیات مهندسی مقدماتی و پیشرفته از سوی اساتید این فن در دنیا به زبان‌های انگلیسی و فرانسوی و آلمانی و روسی سعی بر آن داشته که با مفاهیم اولیه و مباحث پیچیده دانش ریاضیات مهندسی آشنا شود. نگارنده همواره با این درد مواجه بوده که چرا نظام آموزشی کشور ما نیز مانند سایر ملل مترقی به دنبال انتقال و یادگیری دانش بر اساس مفهوم بنیادی حل مسئله محور^۱ نمی‌باشد. نگارنده همواره دنبال راهکارهایی برای ارتقاء سطح دانش ریاضیات مهندسی در جامعه مهندسين ایران بوده است و در این نگارش سعی بر آن است که دانش پژوهان با دنیای با شکوه و زیبای ریاضیات بیشتر مانوس گردند. این کتاب تنها برای اهداف تجاری و مقاصد مادی نگاشته نشده است و هدف اصلی نگارنده، انتقال و ارتقاء سطح دانش و لذت بردن مخاطبینی از مفاهیم پیچیده ولی در عین حال زیبا و با شکوه ریاضیات می‌باشد. در این مجموعه بیش از ۷۷۷ مسئله حل شده است. در این کتاب سعی شده با بیان خلاصه مباحث، اصول و مفاهیم مهم در ریاضیات مهندسی معرفی و با ارائه مثال‌ها و مسأله‌های متعدد از آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری، مفاهیم مربوطه به‌طور عمیق به خواننده منتقل گردد. در بخش‌های مختلف این کتاب از مراجع معتبر خارجی نیز بهره لازم برده شده است. شایان ذکر است که در این کتاب سعی شده است

متدلوژی آموزشی مسأله محور پیاده‌سازی شود. ابتدا با تعریف مسأله و به دنبال آن با الگوریتم کشف و ارائه راه حل مسأله، تحلیل موردنظر دنبال می‌گردد و بسته آموزشی بر اساس آن طراحی شده است. امید است که علاقه‌مندان بتوانند با مطالعه این کتاب تکنیک‌های متنوع و مناسب را برای حل مسائل به کار ببندند و از این رهگذر قدمی هر چند کوچک برای ارتقای علوم ریاضیات مهندسی در کشور عزیزمان، ایران برداشته شود.

بر خود لازم می‌دانم از زحمات تمامی آموزگاران و معلمین و دبیران و اساتیدی که در طول دوران تحصیل حق استادی به گردن این شاگرد کوچک دارند صمیمانه تشکر نموده و از خداوند منان برای آنها خیر دنیا و پاداش آخرت مسئلت نمایم. از این رهگذر بر خود لازم می‌دانم اول از پدر بزرگوارم که اولین استاد ریاضی زندگی‌ام می‌باشند و سپس از زحمات استاد گرامیم جناب آقای دکتر محمد موبد (استاد درس ریاضیات مهندسی پیشرفته دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف) تشکر ویژه نمایم. بدیهی است که نگارش مذکور خالی از نواقص نمی‌باشد و مایه مسرت و دلگرمی مؤلف است که نظرات و پیشنهادات ارزشمند خوانندگان در راستای ارتقای سطح کیفی کتاب لحاظ گردد.

مهندس محسن خالقی

Moh_Khaleghi @ alum.sharif. edu

عضو انجمن فارغ التحصیلان دانشکده

مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف

بهار ۱۳۹۵

فهرست مطالب

فصل ۱ سری و انتگرال فوریه ۱

مقدمه ۲	۱.۱
سری فوریه ۲	۲.۱
تعریف سری فوریه یک تابع متناوب ۲	۱.۲.۱
سری فوریه توابع زوج و فرد ۴	۲.۲.۱
روش دیگری برای محاسبه a_n و b_n ۵	۳.۲.۱
سری فوریه مشتق و انتگرال یک تابع ۷	۴.۲.۱
تبدیل و انتگرال فوریه ۸	۳.۱
معرفی تبدیل ۸	۱.۳.۱
خواص تبدیل فوریه ۱۰	۲.۳.۱
تبدیل فوریه تابع دلتای دیراک و خواص آن ۱۱	۲.۳.۱
سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۸	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۵	
خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۴۱	
پاسخ‌نامه خودآزمایی (تألیفی) ۴۶	
فرامین کلیدی ۶۲	

فصل ۲ تبدیل لاپلاس ۶۵

مقدمه ۶۶	۱.۲
فلسفه و مفهوم تبدیلات ۶۷	۲.۲
تعریف ۶۹	۳.۲
خواص تبدیل لاپلاس ۷۰	۴.۲
محاسبه سری‌های جبری با استفاده از روش تبدیل لاپلاس (انتگرال لاپلاس) ۷۳	۵.۲
سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۸۰	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۸۳	

خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۸۹
 پاسخنامه خودآزمایی ۹۵
 فرامین کلیدی ۱۱۱

فصل ۳ حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۱۳

مقدمه ۱۱۴	۱.۳
تعریف ۱۱۴	۲.۳
روش تفکیک متغیرها در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۱۴	۳.۳
حل معادلات حرارت ۱۱۵	۱.۳.۳
حل معادلات موج ۱۱۹	۲.۳.۳
حل معادلات لاپلاس ۱۲۰	۳.۳.۳
استفاده از تبدیل لاپلاس در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ۱۲۴	۴.۳
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۲۷	
پاسخنامه نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۱۳۶	
خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۱۵۴	
پاسخنامه خودآزمایی ۱۶۰	
فرامین کلیدی ۱۷۵	

فصل ۴ معرفی اعداد مختلط ۱۷۷

مقدمه ۱۷۸	۱.۴
تعریف عدد مختلط و خواص آن ۱۷۸	۲.۴
توصیف و تعبیر هندسی عدد مختلط ۱۷۹	۱.۲.۴
تعریف مزدوج یک عدد مختلط ۱۸۲	۲.۲.۴
تبدیل شکل دکارتی و قطبی اعداد مختلط به هم ۱۸۳	۳.۴
خواص اعداد مختلط ۱۸۶	۴.۴
منحنی‌های هندسی در صفحه مختلط - خم‌ها در صفحه مختلط ۱۹۴	۵.۴
استفاده از تکنیک اعداد مختلط برای محاسبه انتگرال‌هایی با فرم مخصوص ۲۰۳	۶.۴
ریشه‌های واحد ۲۱۰	۷.۴
ناحیه‌ها در صفحه مختلط ۲۱۱	۸.۴
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۱۶	
پاسخنامه نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته ۲۱۹	

- خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۲۲۵
 پاسخنامه خودآزمایی ۲۳۰
 فرامین کلیدی ۲۴۰

فصل ۵ توابع مختلط ۲۴۱

مقدمه	۲۴۲	۱.۵
تعریف توابع مختلط	۲۴۲	۲.۵
معرفی بعضی از توابع مختلط $w = f(z)$	۲۴۳	۳.۵
تابع چند جمله‌ای	۲۴۳	۱.۳.۵
تابع ریشه	۲۴۴	۲.۳.۵
تابع نمایی	۲۴۵	۳.۳.۵
تابع لگاریتم (نپرین)	۲۴۶	۴.۳.۵
توابع مثلثاتی	۲۴۹	۵.۳.۵
توابع هذلولوی	۲۴۹	۶.۳.۵
توابع معکوس مثلثاتی و هذلولوی	۲۵۱	۷.۳.۵
صفرهای توابع	۲۵۴	۴.۵
تعریف حد	۲۵۵	۵.۵
پیوستگی	۲۵۷	۶.۵
مشق‌پذیری توابع مختلط	۲۵۸	۷.۵
تعریف مشق	۲۵۸	۱.۷.۵
روابط کوشی - ریمان در مختصات دکارتی (شرایط R-C)	۲۵۹	۲.۷.۵
شرایط کوشی - ریمان در مختصات قطبی	۲۶۰	۳.۷.۵
توابع تحلیلی یا آنالیتیک	۲۶۴	۸.۵
معرفی توابع تحلیلی	۲۶۴	۱.۸.۵
خواص توابع تحلیلی	۲۶۸	۲.۸.۵
روش حل میلن - تامسون	۲۷۶	۹.۵
عملگرهای دیفرانسیلی مختلط	۲۷۶	۱۰.۵
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۲۸۰	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۲۸۲	
خودآزمایی (مسائل تألیفی)	۲۸۸	
پاسخنامه خودآزمایی	۲۹۵	
فرامین کلیدی	۳۱۶	

فصل ۶ نگاشت‌ها ۳۱۹

مقدمه	۳۲۰	۱.۶
تعریف نگاشت	۳۲۰	۲.۶
نگاشت‌های پر کاربرد	۳۲۲	۳.۶
نگاشت خطی $w = Az + B$	۳۲۲	۱.۳.۶
نگاشت z^n	۳۲۳	۲.۳.۶
نگاشت نمایی e^z	۳۲۵	۳.۳.۶
نگاشت Lnz	۳۲۸	۴.۳.۶
نگاشت $\sin z$	۳۲۸	۵.۳.۶
نگاشت توابع هذلولی - هایپربولیک	۳۳۲	۶.۳.۶
نگاشت $f(z) = \frac{1}{z}$	۳۳۴	۷.۳.۶
نگاشت موبیوس $f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$	۳۳۸	۸.۳.۶
نگاشت ژاکوفسکی	۳۴۴	۹.۳.۶
نگاشت (همدیس) کریستوفل - شوارتز	۳۴۶	۱۰.۳.۶
مسائل نگاشت	۳۴۷	
نمونه سؤالات آزمونهای سالهای گذشته	۳۶۸	
پاسخنامه نمونه سؤالات آزمونهای سالهای گذشته	۳۷۰	
خودآزمایی (مسائل تألیفی)	۳۷۴	
پاسخنامه خودآزمایی	۳۷۸	
فرامین کلیدی	۳۸۴	

فصل ۷ انتگرال‌های مختلط ۳۸۶

مقدمه	۳۸۷	۱.۷
تعریف انتگرال‌های مختلط	۳۸۷	۲.۷
قضیه کوشی و نتایج آن	۳۸۹	۳.۷
نتایج قضیه کوشی	۳۹۰	۱.۳.۷
قضیه انتگرال کوشی	۳۹۱	۴.۷
نتایج قضیه انتگرال کوشی	۳۹۲	۱.۴.۷
خواص انتگرال‌های مختلط	۴۰۲	۵.۷
نتایج حاصل از خواص انتگرال‌های مختلط	۴۰۲	۱.۵.۷
خواص دیگری از انتگرال‌های مختلط و کاربرد آن‌ها	۴۰۴	۲.۵.۷

خواص معادله لاپلاس	۴۰۷	۳.۵.۷
قضیه حساب مانده	۴۰۹	۶.۷
روش‌های محاسبه مانده	۴۱۰	۱.۶.۷
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۴۱۲	
پاسخ‌نامه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۴۱۴	
خودآزمایی (مسائل تألیفی)	۴۱۷	
پاسخ‌نامه خودآزمایی	۴۳۵	
فرامین کلیدی	۴۹۲	

فصل ۸ دنباله‌ها و سری‌های مختلط ۴۹۳

مقدمه	۴۹۴	۱.۸
دنباله‌های مختلط	۴۹۴	۲.۸
سری‌های عددی مختلط	۴۹۴	۳.۸
آزمون نسبت (تست دالامبر - آدامار)	۴۹۵	۱.۳.۸
آزمون مقایسه	۴۹۵	۲.۳.۸
آزمون ریشه (تست کوشی)	۴۹۶	۳.۳.۸
سری‌های توابع	۴۹۶	۴.۸
سری‌های توانی	۴۹۷	۱.۴.۸
صفرها، قطب‌ها و نقاط منفرد تابع $f(z)$	۵۰۰	۵.۸
اندازه مانده در بسط لوران	۵۰۷	۶.۸
قضیه لوران و فلسفه وجودی آن	۵۱۱	۷.۸
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۵۱۵	
پاسخ نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۵۱۷	

فصل ۹ انتگرال‌گیری به روش مانده‌ها ۵۵۵

مقدمه	۵۵۶	۱.۹
محاسبه برخی انتگرال‌های حقیقی با استفاده از خواص انتگرال مختلط	۵۵۷	۲.۹
محاسبه انتگرال‌های حقیقی به فرم $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$	۵۶۰	۳.۹
نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۵۶۷	
پاسخ‌نامه نمونه سؤالات آزمون‌های سال‌های گذشته	۵۶۸	

خودآزمایی (مسائل تألیفی) ۵۷۰
پاسخنامه خودآزمایی ۵۷۶
فرامین کلیدی ۵۹۲

فصل ۱۰ برگزیده مسائل آزمون‌های ریاضیات مهندسی رشته‌های

مختلف مهندسی ۵۹۵

مقدمه ۵۹۶ ۱.۱۰
پاسخنامه برگزیده سوالات آزمون‌های ریاضیات مهندسی ۶۱۷

فصل ۱۱ توابع ماتریسی ۶۶۱

مقدمه ۶۶۲ ۱.۱۱
استفاده از بحث ماتریس‌ها در حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی ۶۷۲ ۲.۱۱
استفاده از ماتریس نمایی ۶۷۳ ۳.۱۱

پیوست‌ها ۶۷۹
منابع و مراجع ۶۸۷